

SYDDANSK UNIVERSITET

FORSKNINGSPROJEKT I MATEMATIK

IAMM806

Matematik som fokus i STEM-undervisningsforløb

Rasmus Bo Petersen

25. februar 2022

Vejleder:

Connie Svabo

Medvejleder:

Mette Lindharth Kristensen

Institut for Matematik og Datalogi



Indhold

Resumé	2
Abstract	2
1 Introduktion	3
2 Hvad er STEM?	3
2.1 Vigtigheden af STEM	6
2.1.1 Uddannelse af ansvarlige borgere	6
2.2 M i STEM	8
3 Det gode STEM-forløb	10
3.1 LabSTEM Laboratorie	11
4 STEM-undervisningsforløb	12
4.1 STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik	14
4.2 STEM-forløb med implicit inkluderet matematik	19
4.3 Sammenligning af STEM-undervisningsforløb	23
4.3.1 Modul 1	23
4.3.2 Modul 2	23
4.3.3 Modul 3	24
4.3.4 Modul 4	24
5 Konklusion	25

Resumé

Dette projekt omhandler STEM undervisning med matematik i fokus. I en verden hvor der er en enorm mængde medier tilgængelige alle steder, hvor vi lever i et demokratisk samfund, der er under en hastig teknologisk udvikling, er STEM kompetencer en vigtig del af at kunne begå sig i samfundet. Matematikkens spiller en vigtig rolle i STEM, og usikkerhed indenfor matematik vil afspejle sig i STEM kompetencer. Derfor er matematisk stærke elever ønsket, og de elever der halter efter, skal tages hånd om. Dette kan være svært på grund af elevens personlige overbevisninger om, hvad de kan eller ikke kan. En tro på at matematik er en af de ting, de ikke kan, vil have en negativ effekt på læring af matematik. Derfor undersøger dette projekt, om matematik kan implementeres i et STEM undervisningsforløb uden elevens opmærksomhed herom, fremover sådan et forløb blive kaldt for implicit inkluderet matematik, eller matematik implicit i fokus. Derfor undersøges det, hvad STEM er, vigtigheden af STEM, hvad et godt STEM undervisningsforløb skal indeholde, og forskellene på STEM undervisningsforløb, hvor matematikken er henholdsvis implicit eller eksplicit i fokus.

Der er udviklet to sådanne forløb, og de er sammenlignet. De er ikke afprøvet, men samtlige kilder peger på, at synlighed af læring er essentielt for læring, og derfor kan et forløb med implicit fokus på matematik ikke anbefales.

Abstract

This project concerns STEM education with focus on mathematics. In a world where an excessive amount of media are available at our fingertips wherever we are, and in a democratic society, STEM competences play a crucial role in a citizen's social skills. Mathematics plays an important role in STEM, and weakness in mathematics will reflect itself in a STEM project. Therefore, mathematically competent students are wanted, and students who lack behind should be brought up to speed. This can be a difficult task, as a student's beliefs about themselves, and what they can and cannot do, may be a hindrance towards learning mathematics. The project investigates whether mathematics can be implemented in a STEM project without the student's knowledge, so that a mental block towards mathematics does not get in the way of learning mathematics. Therefore, this project explores what STEM is, the importance of STEM, what a good STEM project should contain, and the differences in STEM projects where the mathematics are implicitly and explicitly implemented respectively.

Two such STEM projects have been developed, and they are compared. They are not tested, and several sources point to explicit inclusion as an essential part of learning. Thus, a STEM project where mathematics are implicitly in focus cannot be recommended.

1 Introduktion

STEM blev først introduceret for verden i 1990'erne som initiativ mod en stigende mangel på en arbejdskraft, der er i stand til at tackle "21st century" problemer (Maass et al. 2019). Sidenhen er STEM blevet et meget omtalt emne, og ofte har det forskellige betydninger i forskellige sammenhæng. Det er vigtigt, at det ikke bliver for diffust hvad STEM betyder, så det ikke mister den vægt, som ordet har med sig den dag idag (Maass et al. 2019, Bybee 2018). I dette projekt vil det blive undersøgt, hvad STEM er, og hvorfor det er vigtigt for at forstå populariteten af akronymet.

STEM undervisning lægger fokus på at bruge Science, Technology, Engineering og Mathematics i samspil med hinanden, for at løse problemer fra virkeligheden. Derudover kan elevers tro om deres egne evner i matematik være en stor blokade at overkomme, og kan have en meget negativ effekt på deres læring (Garofalo 1989, Adnan et al. 2012). I et forsøg på at komme udenom elevers negative associationer med matematik, undersøges anbefalinger om eksplicit eller implicit matematik og/eller læring, i forbindelse med STEM undervisningsforløb. Dette gøres i håb om, at et forløb med implicit fokus på matematik kan komme udenom disse mentale blokader, og dermed gavne læringen for de elever der ikke tror på dem selv.

2 Hvad er STEM?

Udtrykket STEM er et akronym; Science, Technology, Engineering and Mathematics.

Definition af S, T, E og M

S omtales i denne opgave som "**science**", og dækker over alle naturvidenskabelige fag, det vil sige fysik, kemi, biologi, geografi, men også mere specifikke fag som biokemi, molekylærbiologi etc.

T omtales i denne opgave som "**teknologi**", og kan forstås på tre niveauer (Sillasen 2018, s. 72);

1. *"Viden, organisation og redskaber som mennesker udtænker og gør brug af over for naturen for at leve bedre og mere sikkert"*
2. Konkrete materialer og redskaber, såsom en hammer, computer, eller noget mere abstrakt som et program.
3. Som et fag i skolen; samspillet mellem samfund og (en) teknologi, hvad opfindelsen har betydet for samfundet, inklusiv hvilke faktorer der har en

effekt på den teknologiske udvikling, og hvilken effekt den teknologiske udvikling har haft på verden.

E omtales i denne opgave som ”**engineering**”, og dækker over ”*systematisk og videnskabeligt problemløsning*” (Sillasen 2018, s. 8), og er altså mere en metode eller en process end en liste af ting man kan vide.

M omtales i denne opgave som ”**matematik**”, og dækker over ganske almindelig matematik.

Termet STEM blev opfundet i 1990'erne, hvor det originalt hed SMET. Rækkefølgen af bogstaverne er siden blevet ændret af fonetiske årsager (Maass et al. 2019). Fagene S, T, E og M er alle forbundet på kryds og tværs - den natuvidenskabelige viden fra science brugt sammen med en engineering process hvor teknologier bliver brugt, hvor matematik fungerer som både værktøj og sprog. Matematikkens måde at arbejde på fremmer logisk og deduktiv tankegang, hvilket også bruges i de øvrige fag. Trods STEM er et udbredt term, kan det være svært at finde ud af, præcis hvad det er, da der er mange definitioner. Denne tvetydighed af STEM-akronymet skal undgås, for at gejsten for STEM ikke falder (Maass et al. 2019, Bybee 2018). STEM er i bund og grund et slogan (Bybee 2018) og det kan betyde mange ting, her er nogle få eksempler (Bybee 2018, Michelsen):

- Blot en fællesbetegnelse for et af de fire fag
- Science, der bruger matematik, teknologi og engineering
- Science og matematik forbundet via teknologi og engineering

Rodger W. Bybee definerer STEM literacy som (Bybee 2018, s. 10):

STEM literacy refers to an individual's:

- *knowledge, attitudes, and skills to identify questions and problems in life situations, to explain the natural and designed world, and to draw evidence-based conclusions about STEM related-issues;*
- *understanding of the characteristic feature of STEM disciplines as forms of human knowledge, inquiry and design;*
- *awareness of how STEM disciplines shape our material, intellectual, and cultural environments; and*
- *willingness to engage in STEM-related issues, and with the ideas of science, technology, engineering and mathematics as a constructive, concerned and reflective citizen.*

Altså skal en borger med god STEM-literacy ikke kun have viden om de fire fag, men også have færdigheder og holdninger, så de er i stand til at identificere problemer i virkelige situationer, og drage evidens-baserede konklusioner omkring STEM-relaterede problemer. Herudover skal man have en forståelse af STEM-disciplinerne og deres indvirkning på vores materielle, intellektuelle, og kulturelle verden. Til sidst skal man have velvilje for at deltage i både STEM-relaterede problemer, og med ideerne fra S, T, E og M, som konstruktive, tænsomme og reflekterende borgere. Åbenheden omkring hvordan STEM-literacy opnås er der med vilje, da dette spiller en kritisk rolle, i hvordan målene bliver til politikker, programmer og praktikker (Bybee 2018). For at øge andelen af denne slags borgere i vores samfund, må der lægges fokus på en STEM-orienteret undervisning i uddannelserne.

Der findes både holistiske og ikke-holistiske syn på STEM-uddannelse. To holistiske syn på STEM-uddannelse er (Fitzallen 2015, s. 238):

- En holistisk tilgang som forbinder disciplinerne således at læring bliver forbundet, fokuseret, meningsfuld og relevant for eleven
- STEM-uddannelse refererer til løsning af problemer der drager fra koncepter og procedure fra matematik og science, samt en inkorporering af samarbejde og design-metoder fra enigneering og brug af passende teknologier.

De holistiske syn kræver integration af samtlige discipliner, hvilket kan føre til en forceret inkorporering af et eller flere fag i et undervisningsforløb. Dette kan forårsage problemer på grund af manglende faglig viden og PCK (professionel faglig undervisningsviden) fra læreren, som er en begrænsende faktor for lærerens effektivitet og self-efficacy. Dette er også et argument for ikke at sammensætte de fire discipliner til en enkelt disciplin (Bybee 2018, Fitzallen 2015). Omvendt er der flere, der argumenterer for, at S, T, E og M ikke skal undervises individuelt, eksempelvis:

"At the other extreme, Moore and Smith (2014) suggest there is the potential for STEM to be a "discipline" in its own right. This view is idealistic and is likely to draw much criticism but raises the question "Should STEM be a discipline in the Australian curriculum?"

- (Fitzallen 2015, 238)

"We now understand that these subjects cannot and should not be taught in isolation, just as they do not exist in isolation in the real world or the workforce."

- California Department of Education (2014) (Maass et al. 2019, s.872)

2.1 Vigtigheden af STEM

"If a nation expects to be ignorant and free, it expects what never was and never will be."

- Thomas Jefferson (Bybee 2018, s. 6)

Forrige afsnit besvarer spørgsmålet "Hvad er STEM?", men undlader at berøre spørgsmålet "Hvorfor er STEM vigtigt?". Et svar på dette spørgsmål vil berøres i dette afsnit.

I en verden med så mange medier og clickbait, en verden hvor rigtige nyheder og "fake news" kan findes på samme websted, er det vigtigt at kunne forholde sig kritisk og logisk til argumenter og kilder. Også den politiske retorik kan være mangelfuld. Ofte nægtes et klart svar, og i værste fald indgår der fejlslutninger, eller der tyes til mudderkastning. STEM-uddannelse spiller en afgørende rolle for et oplyst, frit og demokratisk samfund (Bybee 2018).

Udover disse problematikker om et oplyst samfund er der også det økonomiske aspekt (Bybee 2018, Fitzallen 2015, Lefkowitz 2018). Der er en aftagende mængde af arbejdsstillinger, hvor man som ansat ikke har behov for at tænke sig om, da disse opgaver i stigende grad kan udføres af maskiner. Ydermere står vi på verdensplan overfor nogle store udfordringer, som vi er nødt til at løse; udfordringer som klimaforandringer, epidemier og pandemier, hungersnød og så videre. For at kunne tackle disse "21st century" udfordringer skal vi have uddannet folk, der er i stand til at være innovative og arbejde i et STEM regi, med de dertilhørende kompetencer (Maass et al. 2019, Fitzallen 2015).

Nogle ideer om STEM kræver ikke, at alle fire discipliner er integreret i et undervisningsforløb, men at kombinationen af to eller flere discipliner er det de kalder en integrerende tilgang (Fitzallen 2015). Elever har øget interesse og læring i et STEM-forløb (med mere end én disciplin), men der er ikke megen evidens for, hvilken tilgang der har den bedste effekt. Forskellige integrerende tilgange giver forskellige grader af øget interesse og læring (Fitzallen 2015).

Manglen på STEM-kompetente borgere er ikke kun et problem i udviklingslande. Et studie viser, at selv i økonomisk stærke lande som USA, Australien og lande i EU, mangler omkring 20% af elever tilstrækkelige færdigheder inden for matematik og science (Maass et al. 2019).

2.1.1 Uddannelse af ansvarlige borgere

"The illiterates of the 21st century will not be those who cannot read and write... but rather those who cannot learn, unlearn... and relearn."

- Alvin Toffler (Lefkowitz 2018, bottom)

STEM-uddannelse kan fremme elevers sociale og interkulturelle forståelse samt

deres samfundsoplysning. Disse egenskaber er vigtige, når unge skal ind i voksenlivet, hvor de skal være i stand til at tage etisk og moralsk korrekte beslutninger. Dette skal de kunne, for at sikre en bæredygtig, retfærdig og stilfærdig overgang til en verden hvor de teknologiske, sociale og økonomiske forhold ændrer sig så hurtigt, som de gør. Mange af de vigtigste etiske problemer som verden står overfor i nyere tid, har forbindelse til naturvidenskab og udvikling af nye teknologier (Maass et al. 2019). Derfor er det klart, at et samfund hvor en større andel står stærkt i STEM, er en fordel for samfundet. Også Bybee taler for STEMs udvikling af ansvarlige borgere:

"STEM education should help students develop

- *knowledge and an understanding of the basis for democracy and constitutional government;*
- *respect for empirical evidence, logic, and reasonable argument; and*
- *civility towards others."*

- Rodger W. Bybee (Bybee 2018, s. 18)

"Civility is the sum of the many sacrifices we are called to make for the sake of living together."

- Stephen L. Carter (Bybee 2018, s. 97)

Et eksempel fra de sidste par år er massevaccinationen mod Covid-19, hvor man har set en relativt stor anti-vaccine bevægelse. Nogle har gode grunde til at betvivle vaccinen, men andre er imod vaccinerne på fuldstændig forkert grundlag, her er et eksempel fra min hverdag:

Jeg var på cykel på vej hjem fra en coronatest, da jeg hører noget utydeligt fra en megafon langt væk. Den kommer tættere og tættere på, indtil en bil med en megafon på taget holder ved siden af mig. Ud af megafonen kommer en på forhånd optaget besked:

1. *"Hvis det regner, skal jeg så bruge paraply, for at du ikke bliver våd?"*
2. *"De vil gerne vaccinere dit barn mod corona, men ikke mod kræft!"*
3. *"Hvis du får vaccinen og den virker, hvorfor skal jeg så tage den? Hvis du får vaccinen og den ikke virker, hvorfor skal jeg så tage den?"*

(Nummerering var ikke med i beskeden)

Flere af disse argumenter er enten ugyldige, eller giver slet ikke mening. Enten har dem, der spreder disse beskeder ikke vidst nok om vacciner, eller også regner de med at ramme nogen, som ikke ved nok om vaccinen.

Argument nummer 1 med paraplyen fremstiller corona som noget der kommer udefra og rammer alle ligeligt, ikke som noget der rammer fra borger til borger, og at vaccinen kan stoppe lange smittekæder. Dette er enten mangel på samfundssind, eller et tegn på en kortsynethed som en STEM-literate borger ville have lært at se længere end.

Angående argument nummer 2 vil man med en grundlæggende viden inde for STEM vide, at man ikke kan vaccinere mod kræft, da det er ikke en virus eller en bakteriel sygdom. Denne anklagende undren har altså et fuldstændig forkert grundlag.

Nummer 3 udviser mangel på borgerligt ansvar, det er det samme argument, som man har hørt mange gange i forhold til klimakrisen. Den enkelte borger nægter sig ansvar, da deres egen indvirkning ikke har signifikant betydning, hvis man tager den for sig. Det er selvfølgelig rigtigt at en enkelt person i bund og grund ikke gør nogen egentlig forskel. Problemet opstår, hvis hele befolkningen tænker sådan. Det er mangel på et helhedsbillede.

2.2 M i STEM

"The M will become silent if not given significant attention"
- M. Shaughnessy (Fitzallen 2015, s. 241)

Matematik er ofte set som en underbyggende disciplin i STEM, da matematikken fungerer som et sprog for S, T og E. Denne støttende rolle for matematik er ikke fyldestgørende. (Maass et al. 2019, Fitzallen 2015)

Matematik i integrerende tilgange har en lav effekt på interesse og læring, både i en E-M kombination og i en M-S-T kombination. Disse resultater kommer fra en metaundersøgelse, som havde en relativt lille datamængde. Grunden til den lave effekt kan skyldes lærerens viden om emnet, og/eller mangel på fokus på matematikken. Mange af studierne som var undersøgt nævnte slet ikke matematiske præstationer. Der blev dog observeret overførsel af viden fra engineering til matematik - der er ikke tvivl om, at STEM-undervisningsforløb kan have en positiv effekt for den matematiske progression af eleven (Fitzallen 2015).

Matematik kan bruges til at oplyse om væsentlige problemer i relation til ansvarligt borgerskab, derved har vi matematisk empowerment. Matematiske evner vil gøre borgeren i stand til at forstå, og begynde at besvare vigtige spørgsmål, vedrørende en bred vifte af sociale brug og misbrug af matematik. Derved har vi social empowerment. Mange spørgsmål som matematisk empowerment hjælper borgeren med at forstå og besvare, er ikke umiddelbart

matematiske af natur, men en matematisk ferm borger vil have trænet sin kritiske tænkekraft. En borger der har matematisk empowerment vil altså være i stand til at se verden fra en kritisk vinkel, og dermed bidrage til en bedre verden både politisk og socialt, og dermed en bedre verden generelt (Maass et al. 2019).

Hvad gør matematikken for de øvrige STEM discipliner? I nogle tilfælde er matematikken næsten tilfældig for den aktivitet der er valgt. Et eksempel i (Fitzallen 2015) er en opgave hvor elever skal udforske et aluminium baseball bat for at få en bedre forståelse for hvornår det får buler. Matematik blev benyttet, men var ikke et omdrejningspunkt for opgavens succes, selvom det var med til at give resultaterne.

Det er dog ikke umuligt at lave et STEM-forløb, hvor matematikken *er* vigtig for opgaven. I (Fitzallen 2015) er der endnu et eksempel, hvori elever skal synkronisere robot-bevægelser. Tanken bag øvelsen var, at eleverne skulle bruge matematik til at løse opgaven, men da dette ikke var udpenslet for eleverne, brugte størstedelen af eleverne en metode, hvor de gættede sig frem, indtil robotterne så synkroniserede ud. Først efter at læreren gjorde matematikkens rolle explicit for eleverne, var de i stand til at bruge matematikken som tænkt (Fitzallen 2015).

Ideelt skal matematik ses som nødvendig for forståelsen for koncepter i de andre discipliner. Det foreslås af Fitzallen (2015), at en måde at gøre dette på er, at sætte matematik i forgrunden, og midlertidigt skubbe andre koncepter i baggrunden. Sådant et fokus har mulighed for at trække matematikken ud af dens "tilfældige" rolle, og fremvise matematikkens vigtighed (Fitzallen 2015).

Ifølge nogle er matematik det vigtigste element i STEM. Dette påstås med den begrundelse, at matematik er et sprog, som er nødvendigt, for at kunne bruge engineering til at lave nye teknologier, og forstå, modellere og gøre nye opdagelser indenfor science (Lefkowitz 2018). Matematik er lige så vigtigt for STEM, som læsefærdigheder er for at kunne læse, forstå og skrive bøger. Matematik er mere end dens bestanddele såsom geometri, algebra eller infinitesimalregning. Matematik er et middel og et grundlag for læring, logisk tænkning og fornuft - egenskaber uden hvilke elever ikke vil være udrustet til opgaven, om at løse det 21. århundredes udfordringer (Lefkowitz 2018). Lefkowitz pointerer, at matematiske færdigheder ikke kun er vigtige for elever, der ender i STEM karriere, men for alle karriere, STEM eller ej.

Ud fra et 21. århundrede problem kan matematik arbejdes med vha. en 4-trins procedure (Maass et al. 2019, s.874):

1. genkende hvor matematik kan bruges;
2. oversætte praktiske problemer til matematiske problemer;
3. løse det matematiske problem; og

4. tolke og evaluere på resultaterne.

Ydermere kan modellering være et godt værktøj til at få problemerne fra det 21. århundrede ind i matematikundervisningen, og vil ofte lede til tværfaglige undervisningsforløb, og fremmer derved matematikkens tilstedeværelse i STEM (Maass et al. 2019).

De evner der er nødvendige i de fleste 21st century jobs er (Bybee 2018, s.83, 96):

1. Tilpasningsevne/omstillingsparat
2. Komplex kommunikation/sociale færdigheder
3. ikke-rutine problemløsning
4. Selvforvaltning/selvudvikling
5. Systemtænkning

3 Det gode STEM-forløb

Hvad er et godt STEM-undervisningsforløb? Hvad er formålet med et STEM-forløb?

Et godt STEM forløb skal skabe forbindelser mellem den akademiske og den virkelige verden. Derudover skal det give mulighed for at arbejde med komplekse fænomener og problemer, som tvinger eleverne til at benytte viden fra flere discipliner. En anden tilgang er at arbejde med koncepter fra de forskellige discipliner og forbinde dem til applikationer i den virkelige verden. Der bør lægges fokus på læringsmål og standarder fra de individuelle discipliner, for ikke at ødelægge de studerendes læring i de individuelle discipliner (Maass et al. 2019).

I (Bybee 2018) fremlægges to visioner, der omhandler studieplanen:

Vision I Studieplanen fokuserer på fagligt indhold.

Vision II Studieplanen fokuserer på brugen af viden og evner i livssituationer.

Bybee (2018) er fortaler for vision II, og fremhæver, at for at fremme STEM-literate borgere, skal det såkaldte Vision II inkorporeres klart, tydeligt og kontinuerligt i undervisningsforløb.

Bybee (2018) skriver meget godt, hvad formålet med STEM-uddannelse *ikke* er: *"The purpose of STEM education is not solely and exclusively a mastery of subject matter in respective STEM disciplines. [...] Although understanding foundational subject matter in the sciences, technology, engineering, and mathematics is important, one must also consider the use and application of that*

knowledge, not just the acquisition of knowledge as a primary purpose of STEM education.”

- Rodger W. Bybee (Bybee 2018, s. 82)

Yderligere har Bybee (2018) nogle anbefalinger ift. udformningen af oplevelser med STEM:

1. *Make the integration explicit*
2. *Support the content and processes of individual STEM disciplines*
3. *Use a measured and strategic approach to the integration of STEM*

- Rodger W. Bybee (Bybee 2018, s. 12)

Fordelene ved STEM-undervisning og en STEM-uddannet population er beskrevet i sektionerne 2.1 og 2.1.1. Disse fordele er blandt andet:

- uddannelse af en stærk arbejdsstyrke, der er i stand til at tackle morderne problemer;
- øget interesse og læring fra eleverne; og
- en alment dannet population, der anerkender empiriske beviser, logik og gode argumenter, hvilket skal gøre dem i stand til at tage korrekte moralske og etiske beslutninger.

De ovennævnte punkter lægger grund for formålet med STEM-forløb.

Ligesom fordelene for generel STEM-undervisning lægger til grund for generelle STEM-forløb, er fordelene ved at have matematik som fokus i et STEM-forløb, som er fremlagt i sektion 2.2, også grundlaget for formålet af et STEM-forløb med matematik i fokus. Formålet med et STEM-forløb, hvor matematik er i fokus, er at styrke elevernes matematiske færdigheder, der vil gøre det lettere at forstå og arbejde med de øvrige discipliner.

3.1 LabSTEM Laboratorie

Under deltagelse af LabSTEM laboratorie på Hunderupskolen og LabSTEM-konferencen ”Modeller for STEM: Oplæg og erfaringer med STEM pædagogik og didaktik” er både STEM generelt, og implicit inklusion af matematik i et tværfagligt (STEM) forløb diskuteret med andre deltagere. Herunder er nogle udsagn fra andre deltagere inkluderet:

- Klargørelse af læring gør læring klart og giver en følelse af succes.

- Synlig læring er vigtigt, hvis eleverne ellers ikke ved, at de overhovedet har lært det.
- Den nuværende skole underviser fagene for fagenes skyld, i stedet for at danne mennesker der kan løse problemer i dagligdagen.
- Learning by doing er vigtigt i matematik, man støder ind i elever der siger ”jeg kan ikke” før de har prøvet.
- Eleverne får meget ud af et STEM-undervisningsforløb, hvor de arbejder med engineering, fordi de har været inde over hver enkelt del af produktet/løsningen til problemet.

Generelt har der været positiv feedback på STEM-undervisning fra lærerens side - elever er ikke blevet interviewet i forbindelse med dette projekt. Som det kan ses, er der flere punkter, der pointerer vigtigheden af synlig/klargjort læring.

4 STEM-undervisningsforløb

Hypotesen for dette projekt er, at matematik kan skjules fra eleverne i et STEM-forløb, for at hjælpe dem med deres overbevisninger omkring deres egen formåen. Et STEM-forløb hvor matematik er i fokus, men ikke er eksplicit for eleverne, kaldes her et STEM-forløb med implicit inkluderet matematik. Omvendt kaldes et STEM-forløb, hvor matematik er i fokus, og hvor matematikken er eksplicit for eleverne, et STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik. Herunder diskuteres fordele og ulemper ved begge typer af forløb.

Fordelene ved et forløb med eksplicit inkluderet matematik er blandet andet at trække matematikken frem fra baggrunden, hvor den kan virke ubetydelig for eleverne. Derved kan matematikken virke mere interessant for eleverne. Derudover er synliggørelse af matematikken en nem måde at få eleverne til at bruge matematikken. Hvis eleverne finder en løsning hvor matematikken ikke indgår, får de ikke lært matematik. Matematiske kompetencer er vigtige, som fastslået i afsnit 2.2. Fra observationer af egen undervisning er mange elevers modvilje mod matematik, at de ikke mener at det kan bruges til noget. En mere fremtrædende rolle af matematikken i undervisningen kan modvirke det synspunkt. Fra flere forskellige kilder nævnes det, at matematik skal være eksplicit og klar for eleverne. Både (Maass et al. 2019, Bybee 2018, Fitzallen 2015) og forskellige undervisere fra LabSTEM-laboratoriet har nævnt, at klarhed om hvad der læres er essentielt.

Ulemperne ved at inkludere matematikken eksplicit i et forløb er, at det kan afskrække nogle elever fra overhovedet at komme i gang, fordi de har et traume

med matematik, eller simpelthen ikke tror på, at de kan finde ud af det.

Fordelene ved et forløb med implicit inkluderet matematik kan være, at læringen af matematik kan forbigå elever med eventuelle mentale blokader mod matematik. Dette er ikke påvist, og der er ikke fundet nogle kilder der siger, at det er en god idé.

Ulemperne ved et forløb hvor matematikken er implicit inkluderet, er eksemplificeret i sektion 2.2, hvor eleverne ikke benytter matematik i en øvelse, hvor det er uklart, at de skal bruge matematik. I stedet prøver eleverne sig frem, og matematikken bliver derfor ikke lært. Dette rejser spørgsmålet: i et sådan forløb, hvordan sikrer læreren sig, at eleverne lærer hvad de skal? Andre kilder siger, at man ikke har lært det, hvis det ikke er klart for en, at man har lært det. Ydermere får eleven ikke følelsen af succes, hvis de ikke kan se, at de er kommet i mål. Det vil sige at synliggørelse af læring er vigtigt. Hvis et forløb med implicit inkluderet matematik er færdiggjort, og man på en måde har sikret sig, at eleverne har lært det matematik de skal, skal det gøres klart for dem. Dette kan man ikke gøre igen og igen, da eleverne vil lugte lunt og være opmærksomme på, at det ikke altid er klart hvad opgaven går ud på. Er det nok kun at gøre dette få gange, for at overbevise elever der ikke tror på dem selv om, at de godt kan matematik?

Der foreslås herunder to STEM-forløb med henholdsvis eksplicit og implicit inkluderet matematik. For at gøre sammenligningen af de to forløb lettere er de lavet ud fra samme idé, således at de minder så meget om hinanden som muligt, og forskellene er tydeligere at se. Forløbet kommer til at være gruppearbejde, og det kommer til at være et projekt. Der er tale om en såkaldt SIR-model (Susceptible, Infected, Recovered), der kan vise hvordan smitten i en population forløber over tid, ud fra smitterate og sygdomsforløb. S, I og R kan beskrives med følgende differentiaalligninger:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\beta \cdot S(t) \cdot I(t)}{N} \quad (1)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{\beta \cdot S(t) \cdot I(t)}{N} \quad (2)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma \cdot I(t) \quad (3)$$

Hvor β er infektionsrate, N er populationsstørrelse og γ er $\frac{1}{\text{længde af sygdomsforløb}}$. Der er selvfølgelig også begyndelsesbetingelser:

$$S(0) = N$$

$$I(0) = 700$$

$$R(0) = 0$$

Begyndelsesbetingelserne er blot et forslag, disse tal er inspireret fra et relativt tidligt punkt i coronapandemien i Danmark. Hvis vi vil modellere en anden epidemi, eller starte på et andet tidspunkt i coronapandemien, kan et andet udgangspunkt vælges.

Matematikken kan bringes i fokus i et STEM undervisningsforløb på flere måder, en allerede nævnt måde er via modellering (se afsnit 2.2). Andre måder er at bringe matematikken frem i forgrunden, i stedet for at have den agere støttefag i baggrunden. Det vil sige at man har matematik-undervisning om den virkelige verden, i stedet for at have undervisning om den virkelige verden, hvor der bruges matematik. Hvis det er muligt, kan man benytte de øvrige fag til at løse matematiske problemer, i stedet for omvendt. Udforsk hvorfor og hvordan matematikken er en del af løsningen. På den måde lærer eleverne at manipulere matematikken, fremfor udelukkende at bruge formlerne på den form de allerede står.

4.1 STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik

I et forløb hvor matematikken er inkluderet eksplicit, er det vigtigt at der ikke lægges skjul på at der bruges matematik, hvordan matematikken virker, og hvornår den skal bruges. Herunder er et udkast til et STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik.

Modul	Hvad skal eleverne lære?	Hvordan skal eleverne lære det	Rolle af S, T, E og M
1	For-loops og if-loops (MATLAB foreslået)	Med MATLAB allerede installeret, enten fra andre projekter eller som lektier skal vi i gang med at programmere. Opgaver der involverer implementering af plot af en række punkter udleveres, og eleverne kan arbejde alene eller to og to. Til at starte med har de bare få datapunkter, som de skal plotte, så de kan se, at det virker (det er nemt at finde punkt (a,b)). Når de har fået det til at virke, skal de modellere forskellige funktioner, f.eks. andengradspolynomier vha. loops. Eleverne får ikke udleveret færdig kode, men blot små ”snippets”, så de selv skal finde ud af at sætte kode sammen.	T er brugt, idet eleverne bruger et program på en computer. E er brugt, idet de selv skal eksperimentere med koden for at få den til at virke. Dette vil sætte gang i engineering processen med at teste, observere og forbedre. Der skal være god tid, så eleverne kan nå at få en god føling for systemet. M er brugt i forbindelse med de grafer, eleverne får ud af programmet, men også i den logiske tankegang der er brug for, for at kunne lave koden.

2	Differentialligninger og implementering af disse i simulering.	Der kan benyttes en funktion i programmet til at implementere differentialligninger, men det er mere gavnligt for eleverne, hvis de lærer en mere manuel metode. Derfor introduceres de for Euler-metoden, som approksimativt simulerer differentialligninger. Beviset for Euler-metoden gennemgås i fællesskab på tavlen, det er ikke matematisk stringent bevis, så det kræver en del manipulering af reglerne, som eleverne ikke forventes at kunne gøre selv på nuværende tidspunkt. De bør dog kunne følge udledningen. Efter udledningen skal en simpel differentialligning, gerne en, eleverne på forhånd ved hvordan skal se ud, plottes. Eleverne skal finde eksempler fra det virkelige liv, som funktionerne kan beskrive.	S kan argumenteres at være i brug, idet beviset for Euler-metoden minder mere om beviser i fysik end i matematik. Selve Euler-metoden bruges også ofte i fysik. T er brugt i form af et program. E er brugt i forbindelse med programmering. M er brugt i forbindelse med differentialligninger.
---	--	---	---

3	Pandemier/ epidemier og hvordan de spreder sig i en befolkning.	Der snakkes om Covid-19 (og/eller andre epidemier/pandemier). Der snakkes om hvordan man bliver smittet, biologien bag virus, sammenligning med bakterielle infektioner. Infektionsrate tales om, og der bruges matematik til at regne antal smittede ud (hvor folk ikke bliver raske igen), dette følger en eksponentiel vækst. Eleverne skal løse opgaver med eksponentielle funktioner. I anden del af dette modul skal eleverne prøve at implementere eksponentiel vækst i deres program. Det diskuteres, hvorvidt det ser realistisk ud - hvad er de forkerte antagelser? Hvordan kan det så modelleres? Eleverne bedes bruge differentialligninger, S og I (fra SIR) introduceres, smittede kan stadig ikke blive raske, men det daglige smittetal er afhængigt af antal raske og antal smittede - logistisk kurve fremkommer.	S er brugt i forbindelse med biologi. T er brugt i form af et program. E er brugt i forbindelse med programmering. M er brugt i forbindelse med eksponentielle funktioner og logistisk vækst ved differentialligninger.
---	--	--	---

4	SIR for en epidemi/ pandemi, og forståelse af infektionsrate og den indvirkning på infektionstallene i en population.	I denne lektion skal eleverne nu benytte al den viden og programmeringskompetence som de har skaffet sig i løbet af forløbet. De skal arbejde i grupper, for at få sparring med andre elever og evt. diskussioner med medstuderende. Eleverne skal modellere Covid-19 spredningen i enten Danmark eller hele verden, som skal følge differentialligningerne (1)-(3) (se side 13). De bør have kendskab nok til programmeringen nu at de selv kan implementere differentialligningerne, begyndelsesbetingelserne og parametrene for sygdommen. Når differentialligningerne er implementeret, skal de nu regne ud, hvad parametrene skal være for at få en realistisk model. En værdi for sundhedsvæsenets kapacitet gives, og de skal regne ud hvad infektionsraten må være, for at denne kapacitet ikke overskrides. Den grønne og røde kurve findes på baggrund af udregningen af disse parametre. De skal diskutere hvorfor restriktioner er vigtige for at sundhedsvæsenet kan følge med. Til sidst skal det diskuteres, hvorvidt SIR modellen de har brugt er realistisk. (Folk bliver raske igen, men er ikke immune for evigt.)	S bruges i forbindelse med viden om epidemi-spredning og diskussion om smittespredningen/ infektionsraten. T bruges i forbindelse med et program. E bruges i forbindelse med programmering. M bruges i forbindelse med differentialligninger, løsning af disse og modellering og forståelse af kurverne.
---	---	---	---

4.2 STEM-forløb med implicit inkluderet matematik

I et forløb hvor matematikken er inkluderet implicit, er det vigtigt, at det ikke nævnes, at der bruges matematik. Hvordan matematikken virker, og hvornår den bør bruges, er ikke direkte nævnt. Hvis eleverne skal udvikle deres matematiske kompetencer, er det derfor vigtigt at få snakket om de matematiske principper på en mindre formel måde, end man normalt ville snakke om matematik. Intuitionen er i fokus her, ikke formler eller beviser. Herunder er et udkast til et STEM-forløb med implicit inkluderet matematik.

Modul	Hvad skal eleverne lære?	Hvordan skal eleverne lære det	S, T, E og M brugt
1	For-loops og if-loops (MATLAB foreslået)	Med MATLAB allerede installeret, enten fra andre projekter eller som lektier, skal eleverne i gang med at programmere. Opgaver der involverer implementering af plot af en række punkter udleveres, og eleverne kan arbejde alene eller to og to. Til at starte med har de bare få datapunkter som de skal plotte, så de kan se, at det virker (nemt at finde punkt (a,b)). De skal udvikle algoritmer, der modellerer ting fra hverdagen. Disse ting er valgt af læreren, og skal give et datasæt der følger et andengradspolynomie, eller en anden sammenhæng som eleverne kender fra tidligere undervisning. Eleverne får ikke udleveret færdig kode, men blot små "snippets", så de selv skal finde ud af at sætte kode sammen.	T er brugt, idet eleverne bruger et program på en computer. E er brugt idet de selv skal eksperimentere med koden for at få den til at virke. Dette vil sætte gang i engineering processen med at teste, observere og forbedre. Der skal være god tid, så eleverne kan nå at få en god føling for systemet. M er brugt i forbindelse med de grafer de får ud af programmet, men også i den logiske tankegang, som der er brug for, for at kunne lave koden.

2	Differentialligninger og implementering af disse i simulering.	Eleverne får udleveret noget kode, hvori differentialligninger er implementeret. Koden er konstrueret, så konstanterne i funktionerne står som parametre. På den måde skal de eksperimentere med hvilke parametre gør hvad. De skal finde ud af hvad hvert parameter gør for grafen, som programmet spytter ud. Det er ikke specificeret hvordan de skal finde ud af det. Eleverne skal analysere graferne som de får ud, og finde på eksempler på hvad det kunne modellere fra virkeligheden.	T er brugt i form af et program. E er brugt i forbindelse med programmering, men også den eksperimentelle fremgangsmåde de kan finde ud af hvad konstanterne i en differentialligning har af indvirkning på grafen for funktionen. M er brugt i forbindelse med differentialligninger, modellering og forståelse af graferne.
---	--	--	---

3	Pandemier/ epidemier og hvordan de spred sig i en befolkning.	<p>Der snakkes om Covid-19 (og/eller andre epidemier/pandemier). Der snakkes om hvordan man bliver smittet, biologien bag virus, sammenligning med bakterielle infektioner. Der snakkes på klassen om eksponentielle funktioner, men det nævnes ikke at det er det der snakkes om. I stedet bruges logik, og vi finder ud af hvordan noget vokser ud fra punkter og graf. For eksempel kan vi sige ”hvis vi har 1 smittet, som smitter en anden, hvor mange har vi så? Nu har vi 2 smittede, de smitter hver 1 ny, hvor mange har vi nu?”.</p> <p>Eleverne bliver ikke direkte bedt om at bruge matematikken, men for at svare, er de nødt til at bruge matematik. Punkterne tegnes på en graf, enten på tavlen eller i et program projekteret på tavlen. Eleverne får dermed en forståelse af eksponentiel vækst. I anden del af dette modul skal eleverne prøve at implementere eksponentiel vækst i deres program. Det diskuteres hvorvidt det ser realistisk ud, hvad er de forkerte antagelser? Hvordan kan vi så beskrive det? S og I introduceres, smittede kan stadig ikke blive raske, men det daglige smittetal er afhængigt af antal raske og antal smittede - logistisk kurve fremkommer.</p>	S er brugt i forbindelse med biologi. T er brugt i form af et program. E er brugt i forbindelse med programmering. M er brugt i forbindelse med eksponentielle funktioner og logistisk vækst ved differentialligninger.
---	--	---	---

4	SIR for en epidemi/ pandemi, og forståelse af infektionsrate og den indvirkning på infektionstallene i en population.	I denne lektion skal eleverne nu benytte al den viden og programmeringskompetence som de har skaffet sig i løbet af forløbet. De skal arbejde i grupper, for at få sparring med andre elever og evt. diskussioner med medstuderende. Eleverne skal modellere Covid-19 spredningen i enten Danmark eller hele verden, som skal følge differentialligningerne (1)-(3) (se side 13). De bør have kendskab nok til programmeringen nu at de selv kan implementere begyndelsesbetingelserne og parametrene for sygdommen. Eleverne skal ikke selv implementere differentialligningerne i koden, i stedet får de udleveret et stykke kode hvor de er implementeret men med parametre som kan justeres, ligesom i modul 2. Nu skal eleverne finde realistiske værdier for parametrene. En værdi for sundhedsvæsenets kapacitet gives, og de skal finde ud af hvad infektionsraten må være, for at denne kapacitet ikke overskrides. Den grønne og røde kurve findes på baggrund af disse parametre. Det skal diskuteres, hvorfor restriktioner er vigtige for, at sundhedsvæsenet kan følge med. Til sidst skal det diskuteres, hvorvidt SIR modellen som de har brugt, er realistisk. (Folk bliver raske igen, men er ikke immune for evigt.)	S bruges i forbindelse med viden om epidemi-spredning og diskussion om smittespredningen/ infektionsraten. T bruges i forbindelse med et program. E bruges i forbindelse med programmering, og afhængigt af hvordan eleverne vil finde parametrene der giver en "grøn" kurve, også i forbindelse med at finde disse parametre. M bruges i forbindelse med parametrenes betydning for differentialligninger, modellering og forståelse af kurverne.
---	---	---	--

4.3 Sammenligning af STEM-undervisningsforløb

E1: Modul 1 i STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik.

I1: Modul 1 i STEM-forløb med implicit inkluderet matematik.

Ovenstående forkortelser gælder for modulerne 1-4, altså er andet modul i STEM-forløb med eksplicit inkluderet matematik kaldt E2.

4.3.1 Modul 1

I E1 har eleverne en opgave, hvor de skal modellere specifikke former for funktioner. Der er matematikken synliggjort for eleven, og de bør ikke være i tvivl om, at det de laver har et matematisk grundlag. Derfor er matematikken eksplicit inkluderet i dette modul.

I I1 er matematikken ikke tydeliggjort for eleverne. Et plot af en række punkter har noget med matematik at gøre, men det gøres gennem programmering, dvs. der ikke er en funktion eller noget i den dur. Når de får at vide at de skal modellere ting fra hverdagen, er det ikke nævnt hvilken matematisk sammenhæng der er, og fremgangsmåden er op til dem selv. De kan eksperimentere sig frem eller bruge matematikken mere direkte, men den matematiske fremgangsmåde er ikke noget, læreren har nævnt for dem. Den logiske tankegang der skal til er dog uundgåelig. Da der ikke er nævnt matematiske elementer for eleverne i dette modul er det altså implicit inkluderet.

Det er værd at bemærke, at selvom det meste af undervisningen er rimeligt ens, ligger fokus i I1 mere på hverdagsproblemer, mens fokus i E1 ligger mere på implementeringen af sammenhænge.

4.3.2 Modul 2

I E2 er der fokus på Euler-metoden for implementering af differentiaalligninger i et program, og der gives et bevis på klassen. Herefter skal eleverne implementere en differentiaalligning, de allerede kender. Beviset af og fokus på Euler-metoden er i den grad en eksplicit inklusion af matematik. Der er ikke gemt noget matematik for eleverne noget sted, og der er derimod fokus på de matematiske elementer. Derfor har dette modul eksplicit inkluderet matematik.

I I2 render vi ind i den første udfordring. Eleverne er nødt til at arbejde med differentiaalligninger, men hvis de nævnes for eleverne, er det klart, at der er matematik involveret. I stedet får de udleveret kode med differentiaalligningerne allerede implementeret, og opgaven lyder at finde ud af hvad parametrene gør ved graferne, som kommer ud af programmet. Parametrene står et andet sted i koden

end selve funktionerne, hvilket hjælper med at holde matematikken skjult. I stedet kommer det til at virke som om, at de drejer på nogle knapper, og der sker noget med grafen. Fokus ligger på at forstå hvert parameter. Dette gøres gennem analyse af graferne, so de får ud af programmet. Desuden skal de finde på et eksempel fra hverdagen, som disse grafer kunne beskrive. Her bruges matematisk forståelse, men det er ikke nævnt for eleverne. Matematikken er ikke lige så skjult i dette modul som i I1. Dog er det ikke nævnt noget sted at der bruges matematik, og derfor kan modulet siges at inkludere matematikken implicit.

I2 lægger mere op til at lege med parametrene, end at forstå matematiske principper. Dog bør eleverne få matematisk træning i forbindelse med aflæsning og analyse af deres grafer. Der er klart mere matematisk forståelse at hente i E2 end i I2, og forbindelsen til virkeligheden er ens i de to moduler.

4.3.3 Modul 3

E3 er det første modul hvor det egentlige projekt introduceres for eleverne. Eksponentiel vækst og eksponentielle funktioner skal benyttes for at modellere en forsimplet version af smittetallenes udvikling. Eleverne bliver direkte bedt om at bruge differentiallyigninger for at modellere et mere akkurat billede af en epidemisk udbredelse i samfundet. Matematikken der bruges i dette modul er altså eksplicit inkluderet.

Matematikken i I3 er skjult med fuldt overlæg, der snakkes om eksponentielle sammenhænge, men det nævnes ikke, at der er tale om eksponentielle funktioner. En mere intuitivt vægtet snak tages om eksponentielle sammenhæng. Forståelsen af den eksponentielle sammenhæng bliver forbundet med en eksponentiel kurve, idet punkter fra en eksponentiel sammenhæng skal plottes og diskuteres. Der skal arbejdes og tænkes logisk for at opnå en logistisk kurve uden direkte at inkludere differentiallyigninger, hvilket eleverne selvfølgelig er velkomne til at gøre. De har dog ikke fået at vide, at de kan bruge en differentiallyigning, men de kan tage en ligning fra koden udleveret i I2, for at opnå det ønskede resultat.

Den sidste del af I3 er mere usikker end den sidste del af E3, om eleverne får brugt differentiallyigninger. Det er muligt i begge forløb, men det er mere klart hvordan opgaven kan løses i E3, i hvert fald fra mit synspunkt.

4.3.4 Modul 4

I E4 har eleverne fået udleveret nogle differentiallyigninger, som de skal implementere i et program der kan modellere SIR for Covid-19. De skal udregne realistiske parametre for differentiallyigningerne, og bagefter regne ud, hvad infektionsraten må være, for at vi ikke overskrider sundhedsvæsenets kapacitet. Matematikken er synliggjort for eleverne hele vejen igennem, og det må derfor siges, at matematikken er eksplicit inkluderet i dette modul.

I I4 skal eleverne, ligesom i E4, modellere SIR for Covid-19. Udleveringen af differentiallyigningerne foregår på en mere subtil måde, ligesom i I2. De skal dog selv implementere parametre og begyndelsesbetingelser, så de er nødt til at se på differentiallyigningerne. Dette vil ikke fremgå direkte af opgavearket. I stedet for at udregne realistiske værdier for parametrene, skal de "finde" dem. De kan naturligvis vælge at udregne dem, men de kan også blot eksperimentere sig frem. I det tilfælde er det matematiske fokus flyttet til forståelse af modeller, ligesom det meste af I-forløbet.

E4 er mere matematisk krævende, og det er mere sikkert, at eleverne bruger matematik, end det er i I4. Der er stadig muligheden for samme brug af matematik, men uden mere direkte præj om hvad eleverne skal gøre, er det svært, hvis ikke umuligt, at sikre sig brugen af matematiske principper og færdigheder på samme niveau i I4 som i E4.

5 Konklusion

Mange kilder er store fortalere for synliggjort læring, det vil sige at et STEM undervisningsforløb med implicit fokus på matematik ikke er at foretrække, i hvert fald ikke generelt. Det er noget sværere at designe selve forløbet, når det er implicit, end når det er eksplicit, muligvis pga. manglende ekspertise - eksplicit læring er mere normalt, så derfor er man vant til at tænke i de baner. Forløbene er ikke blevet testet, så det kan ikke siges, hvilket forløb er bedst. Om ikke andet må det konkluderes, at et forløb med implicit fokus på matematik må være forbeholdt særtilfælde, da den almene elev vil få mere matematisk gevinst ud af et forløb med eksplicit fokus på matematik. Generelt kan et STEM undervisningsforløb med implicit fokus på matematik ikke anbefales frem for et STEM undervisningsforløb med eksplicit fokus på matematik.

Litteratur

Katja Maass, Vince Geiger, Marta Romero Ariza, and Merrilyn Goos. The role of mathematics in interdisciplinary stem education. *ZDM - Mathematics Education*, 51:869–884 (2019).

Rodger W. Bybee. *Stem Education Now more than Ever*. National Science Teacher's Association (2018).

Joe Garofalo. Beliefs and their influence on mathematical performance. *The Mathematics Center*, 82:502–505 (1989).

Mazlini Adnan, Effandi Zakaria, and Siti Mistima Maat. Relationship between mathematics beliefs, conceptual knowledge and mathematical experience among pre-service teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46:1714–1719 (2012).

Martin Krabbe Sillasen. *Engineering i skolen : hvad, hvordan, hvorfor*. VIA University College (2018).

Claus Michelsen. Integreret undervisning i stem-fagene.

Noleine Fitzallen. Stem education: What does mathematics have to offer? (2015).

Mike Lefkowitz. The m in stem (2018). URL <https://blog.mindresearch.org/blog/the-m-in-stem>.